Onde mécanique progressive le long d'une corde

Tunis Academy

Définition

I/ Définitions

- **Ébranlement** : C'est une déformation rapide qui est imposée dans un milieu matériel et élastique (corde, eau, air...), elle s'effectue sans transport de matière, mais il y a transport d'énergie.
- **Onde** : C'est la succession d'ébranlements dans un milieu élastique et ouvert.
- **Onde mécanique** : Elle nécessite un milieu matériel pour se propager.
- **Onde mécanique progressive** : C'est une onde qui se propage en s'éloignant de la source.
- **Onde Transversale** : Si la direction de la déformation est perpendiculaire $\perp$ à celle de sa propagation (corde, eau...).
- **Onde Longitudinale** : Si la direction de la déformation est parallèle à celle de sa propagation (ressort, son...).

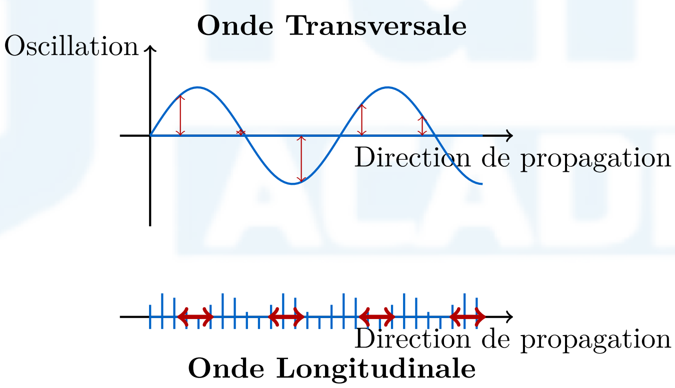


FIGURE 1 – Types d'ondes mécaniques selon la direction de propagation et d'oscillation

Note

- La pelote de coton est pour éviter la réflexion des ondes.
- **La longueur d'onde** λ (période spatiale) est la distance parcourue par l'onde pendant une période temporelle T.

→ Cliquer ici pour regarder la vidéo de ce cours YouTube

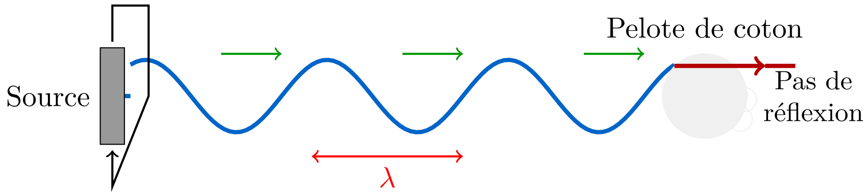


FIGURE 2 – Propagation d'une onde le long d'une corde avec une pelote de coton pour éviter la réflexion

Observation

Observation

- **En lumière ordinaire** : On observe une bande floue de largeur $2a$, cela est dû à la rapidité du mouvement.
- **En lumière stroboscopique** :
  - Pour une fréquence $N_e = N$ ou bien $\frac{N}{N_e} = p$, on observe une sinusoïde immobile, c'est l'immobilité apparente.
  - Pour $\frac{N}{N_e} = p + \varepsilon$: On observe une sinusoïde en mouvement ralenti dans le sens direct.
  - Pour $\frac{N}{N_e} = p - \varepsilon$: On observe une sinusoïde en mouvement ralenti dans le sens inverse.

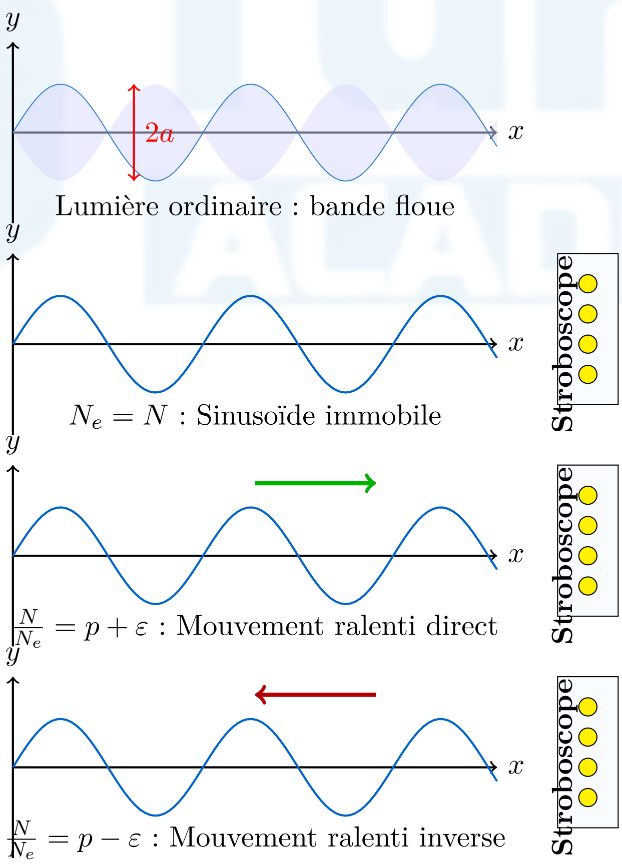
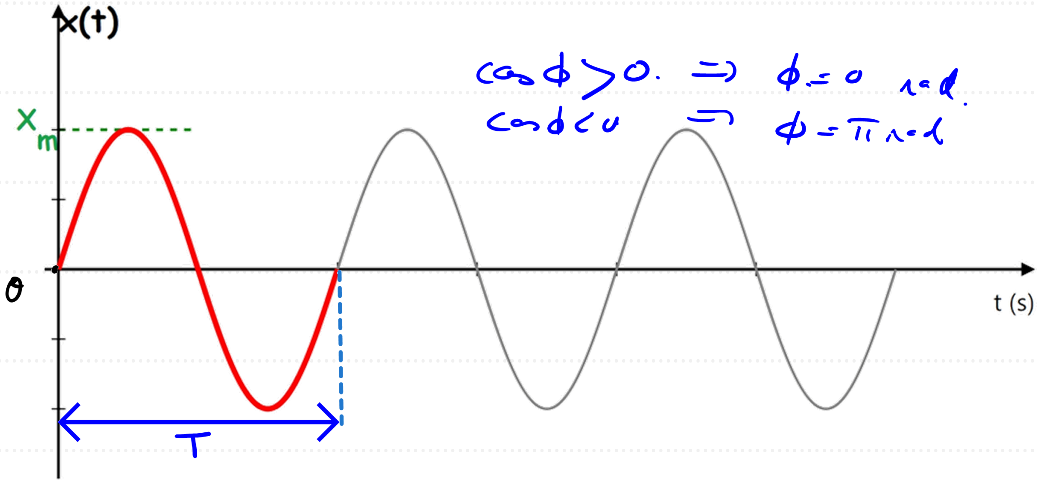


FIGURE 3 – Observation d'une onde en lumière ordinaire et stroboscopique

→ Cliquer ici pour regarder la vidéo de ce cours YouTube

Q1 : Déterminer l'amplitude X_m, La pulsation ω et la Phase Φ



$\cos\phi > 0 \Rightarrow \phi = 0$ rad.
$\cos\phi < 0 \Rightarrow \phi = \pi$ rad

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \ (rad.s^{-1}).$$

*) La phase ϕ_x : ⇒ à $t=0$ ⇒ $X_m \sin(\phi_x) = 0$

$$X_m \sin(\phi_x) = 0.$$

$$X_m \neq 0 \Rightarrow \sin(\phi_x) = 0$$

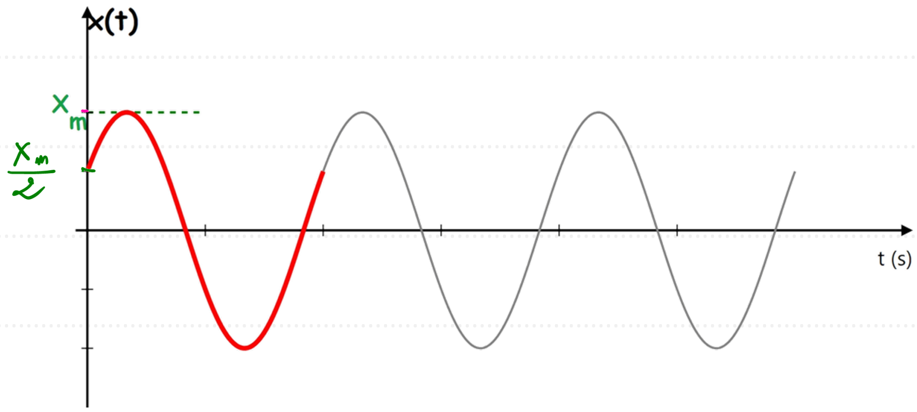
⇒ $\phi_x = \begin{cases} 0 & \text{si la courbe est croissante} \nearrow \\ \pi & \text{si la courbe est décroissante} \searrow \end{cases}$

or à $t=0$; $\cos\phi > 0$

⇒ $\boxed{\phi_x = 0 \text{ rad.}}$

ϕ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin\phi$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

2ème cas ϕ_x ?



à $t=0$; $x(t=0) = \cancel{X_m}\sin(\phi_x) = \frac{\cancel{X_m}}{2}$

$\sin(\phi_x) = \frac{1}{2}$.

$\phi_x = \begin{cases} \boxed{\frac{\pi}{6}\ \text{rad.}} \\ \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}\ \text{rad.} \end{cases}$

or : à $t=0$; la courbe $x=f(t)$ est croissante.

$\Leftrightarrow \cos(\phi_x) > 0$; d'où : $\boxed{\phi_x = \frac{\pi}{6}\ \text{rad}}$

→ Cliquer ici pour regarder la vidéo de ce cours YouTube

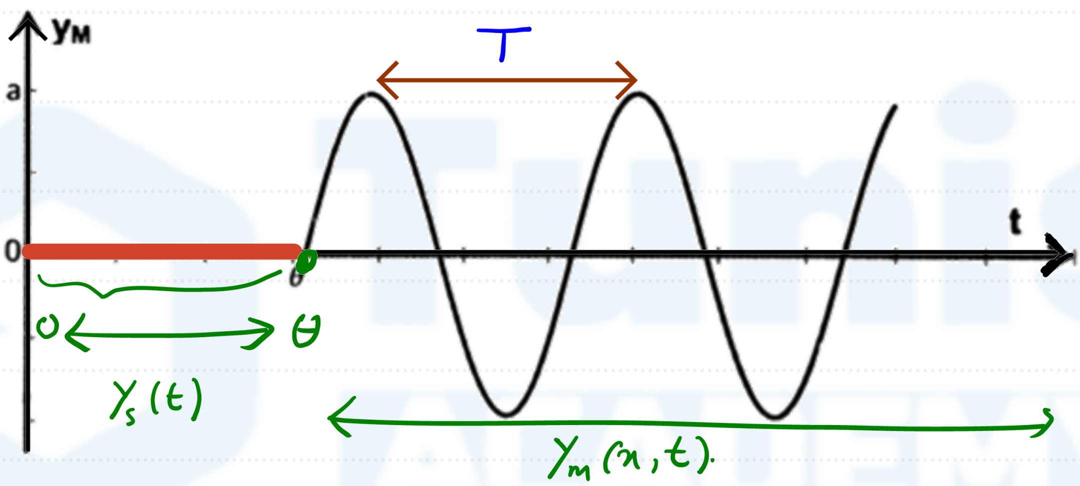
Q3: Déterminer l'équation $y_M(x,t)$:

* L'onde est une équation à 2 variables : x et t. La fonction d'onde est notée $y_M(x,t)$.

1er cas :

→ On fixe $x = x_0$ et t varie.

* Dans ce cas on parle du diagramme horaire $y_S(t)$



*) Pour chercher x_0 ; on sait que :

$$V = \frac{x_0}{\theta} \quad \text{avec} \quad \lambda = T.V \Leftrightarrow V = \frac{\lambda}{T}$$

*) L'équation horaire au point M $\{y_M(x,t)\}$ à partir de l'équation au point $\{y_S(t)\}$.

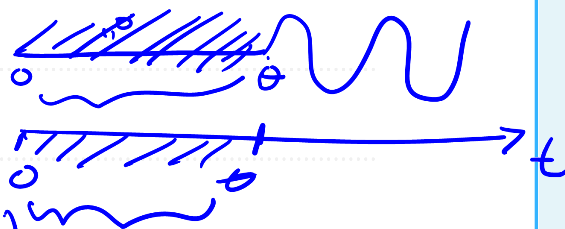
M à partir de $y_M(x,t)$.

$x_0 \Rightarrow y_S(t)$

$$\boxed{y_S(t) = a \sin(\omega t + \phi_S)}$$

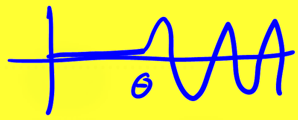
⇒ M reproduit le mouvement de la source S avec un retard $\theta = \frac{x_0}{V}$.

$$y_M(t,x) = y_S(t-\theta)$$
$$= a\sin\left(\frac{2\pi}{T}(t-\theta)+\phi_S\right)$$
$$= a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi}{T}\theta+\phi_S\right)$$
$$= a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi}{T}\frac{x_0}{V}+\phi_S\right)$$
$$= a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi}{\lambda}x_0+\phi_S\right)$$

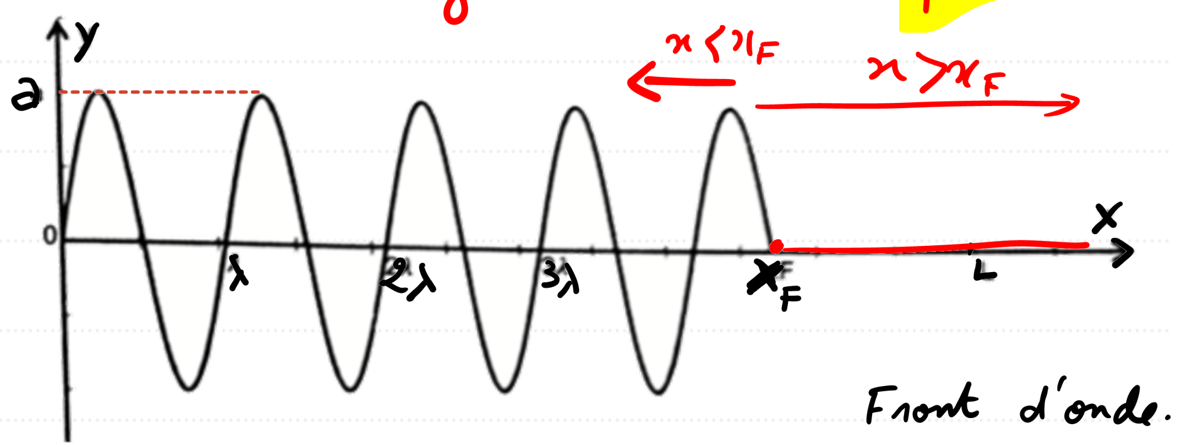


⟹ D'où l'équation horaire:

$$y_M(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq \theta \\ a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi}{\lambda}x_0+\phi_S\right) & \text{si } t > \theta \end{cases}$$



2ème cas : on fixe $t=t_0$ et x variable.
Dans ce cas on parle de l'aspet de la corde ou diagramme des espaces



Pour determiner t_0 : $V=\frac{x_F}{t_0}$ avec $\lambda = T.V$

$$y_M(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \geq x_F \\ a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t_0 - \frac{2\pi}{\lambda}x + \phi_S\right) & \text{si } x < x_F \end{cases}$$

Q4: Déterminer l'abscisse x des points qui vibrent :

1) En phase : $\Delta\phi = 2K\pi \Rightarrow x = \lambda \cdot K$; $K \in \mathbb{Z}$.

2) En $\neq$ de phase. $\Delta\phi = (2K+1)\pi \Rightarrow x = (2K+1)\frac{\lambda}{2}$; $K \in \mathbb{Z}$

3) En $\left(+\frac{\pi}{2}\right)$ de phase. $\Delta\phi = (4K-1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (4K-1)\frac{\lambda}{4}$; $K \in \mathbb{Z}$.

4) En $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ de phase. $\Delta\phi = (4K+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (4K+1)\frac{\lambda}{2}$; $K \in \mathbb{Z}$.

$\rightarrow$ puis on met $0 < x < L$ et on cherche K

Exemple : prenons le cas 3 : $0 < x < L$

L : Longueur de la corde.

$$0 < (4K-1)\frac{\lambda}{4} < L$$

$$0 < (4K-1) < L\frac{4}{\lambda}$$

$$1 < 4K < L\frac{4}{\lambda} + 1$$

$$\underbrace{\frac{1}{4}}_{0,25} < K < \underbrace{\frac{L}{\lambda} + \frac{1}{4}}_{3,5}$$

on suppose que $\frac{L}{\lambda} + \frac{1}{4} = 3,5$

on prend $K \in \mathbb{Z}$ de 0,25 à 3,5.

$\Rightarrow K = \{1, 2, 3\}$

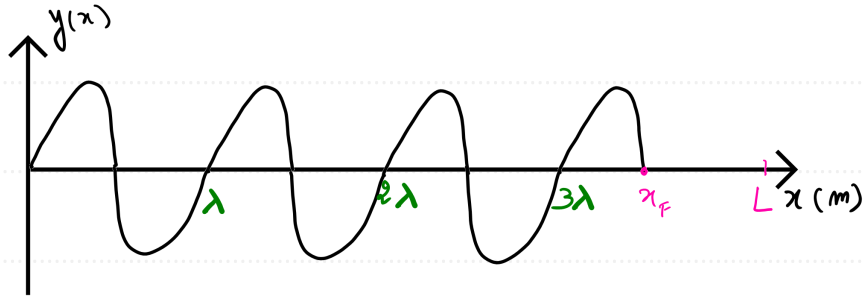
k	1	2	3
λ	$\frac{3\lambda}{4}$	$\frac{7\lambda}{4}$	$\frac{11\lambda}{4}$

$+\lambda$ $+\lambda$

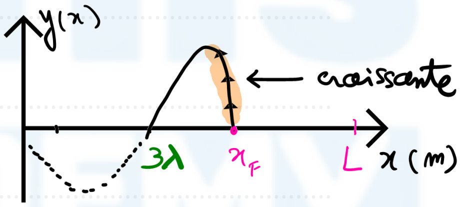
Q5: Traçer l'allure de $y_M(x)$ et de $y_M(t)$

L'allure de $y_M(x)$:

* utilisons l'exemple précédent : $\frac{x_F}{\lambda} = 3,5 \Leftrightarrow \boxed{x_F = 3,5\lambda}$

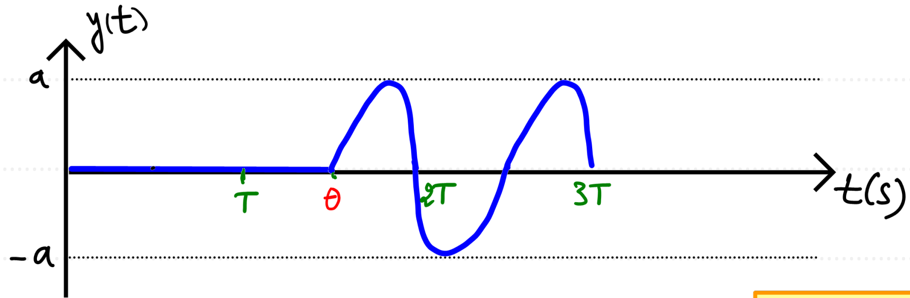


● au point x_F, la courbe est croissante. $\Rightarrow \boxed{\phi_s = 0 \text{ rad.}}$



L'allure de $y_M(t)$:

● On cherche $\frac{\theta}{T}$. Supposons qu'on l'a calculé et trouvé la valeur $\frac{\theta}{T} = 3,5 \Leftrightarrow \boxed{\theta = 3,5T}$



● au point $t = \theta$, la courbe est croissante. $\Rightarrow \boxed{\phi_s = 0 \text{ rad.}}$

⚠ ↳ On néglige toujours la partie nulle de la courbe