RLC Libres

16/11/2024.

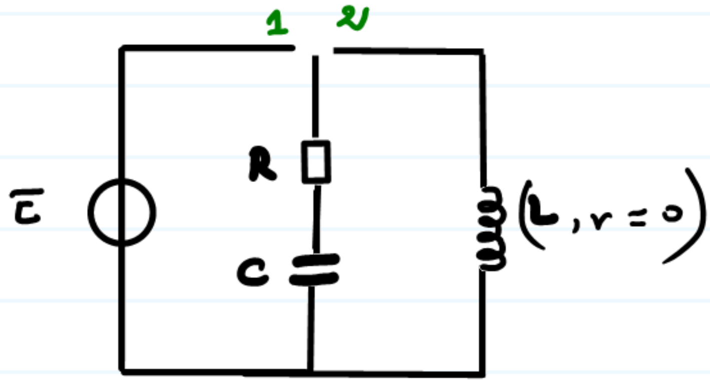
Plan du chapitre:

RLC

- libres (sans générateur)
  - amorties: $R_T \neq 0$
  - non amorties ✓: $R_T = 0$
- Forcés. (avec générateur.)

I- RLC libres amorties:

schéma:



Position ①: charge du condensateur

Position ②: décharge: RLC amorties.

RLC Libres

16/11/2024.

Q₁ : Etablir l'équation diff en f.d.f (u_c, q, i)

En fct de q : Loi des mailles

$$u_R + u_C + u_L = 0$$

$$R.i + \frac{q}{c} + L\frac{di}{dt} + ri = 0$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) = \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} + L\frac{d^2q}{dt^2} + r.\frac{dq}{dt} = 0$$

$$(R+r)\frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R+r}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0}$$

En fonction u_c : L.M

$$u_c = \frac{q}{c}$$

$$u_c + u_L + u_R = 0.$$

$$i = \frac{dq}{dt}.$$

$$u_c + L\frac{di}{dt} + ri + Ri = 0.$$

$$i = c\frac{du_c}{dt}$$

$$u_c + LC\frac{du_c}{dt^2} + (R+r)c\frac{du_c}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} = c\frac{d^2u_c}{dt^2}$$

$$\boxed{\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{R+r}{L}\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{LC} = 0}$$

$$(ax^n)' = nax^{n-1}$$

RLC Libres

16/11/2024.

En fct de i :

$$u_C + u_R + u_L = 0.$$

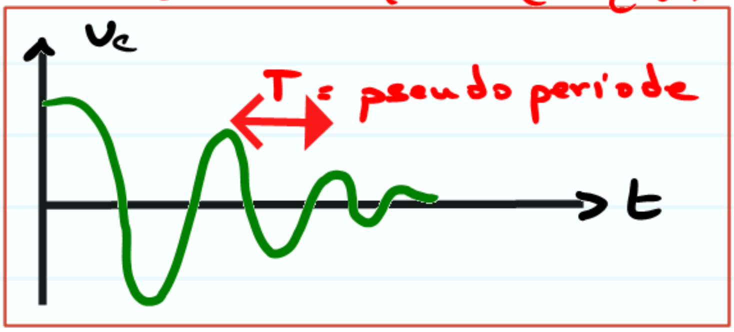
$$\times \frac{d}{dt} \left\{ \frac{q}{C} + R.i + L\frac{di}{dt} + ri = 0. \right\}$$

$$\rightarrow \frac{1}{C}\underbrace{\frac{dq}{dt}}_{i} + R.\frac{di}{dt} + L\frac{d^2i}{dt^2} + r\frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{i}{C} + (R+r)\frac{di}{dt} + L\frac{d^2i}{dt^2} = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{(R+r)}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}\,i = 0}$$

Q2 : Tracer l'allure de $u_C(t)$: $u_C(t=0) = v$



Q3 : Nature du régime ? Justifier :

L'amplitude max de la courbe de $u_C(t)$ ↘ au cours du temps, ce régime est alors appelé régime pseudo-périodique de pseudo-période T.

RLC Libres

16/11/2024.

type des oscillations amorties.

* Dans ce circuit il y a un échange mutuel entre la bobine et le condensateur.

* lorsque U_c tend vers 0
⇒ décharge.

* lorsque U_c s'en fuit de 0
⇒ charge.

Q4 : Energie totale du circuit :

$$E_m = E_c + E_L$$

$$= E_e + E_m$$

(e,m) électromagnétique.

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2} C U_c^2 + \frac{1}{2} L i^2}$$

L'énergie totale est une énergie électromagnétique.

RLC Libres

16/11/2024.

Q5 : Mq cette energie ↘ au cours du t :

$$E_m = \frac{1}{2} C u_c^2 + \frac{1}{2} L i^2$$

$\frac{dE}{dt} < 0 \Rightarrow E \searrow$ au cours du temps.

$$\frac{dE_m}{dt} = \cancel{\frac{1}{2}} C (\cancel{2} u_c) \frac{du_c}{dt} + \cancel{\frac{1}{2}} L (\cancel{2} i) \frac{di}{dt}$$

$$= u_c \cdot i + L \cdot i \frac{di}{dt}$$

$$= i \left[\underbrace{u_c + L \frac{di}{dt}}_{-Ri} \right] < 0$$

Rappel :

$$\frac{df^n}{dt} = n f^{n-1} \frac{df}{dt}$$

$$\frac{du_c^2}{dt} = 2 u_c \cdot \frac{du_c}{dt}$$

or d'après la L.M :

$$u_c + L \frac{di}{dt} + R \cdot i = 0$$

$$u_c + L \frac{di}{dt} = -Ri < 0 \qquad (R+r)\, i$$

Ainsi : $\frac{dE}{dt} = i(-Ri) = -Ri^2 < 0$

. On peut dire que :
* Egie ↘ au cours t
* Egie dissipée par effet Joule
* Le système n'est pas conservatif.

16/11/2024.

Q6 : Interpréter la cause de cette ↘ :

* L'energie est dissipée par effet Joule sous forme de chaleur dans le résistor.

Q7 : Donner l'allure de $E_c(t)$, $E_L(t)$ et $E_{em}(t)$:

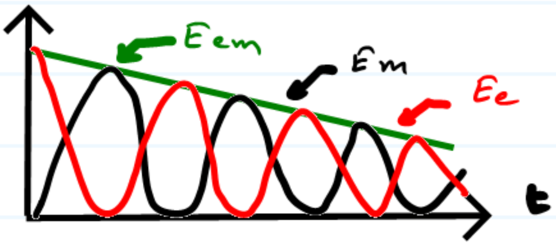


Figure : Diagramme des energies du RLC libre amorti $R_T \neq 0$.

à $t = 0$; $U_c(t=0) = U_{c\,max}$. le condensateur est totalement chargé.

$E_c = E_{c\,max} = \frac{1}{2} . C . U_{c\,max}^2$